

Modelado de dieléctricos y cálculo de la dispersión en la banda Ku.

David Cordobés, Álvaro Gómez, Ángel Vegas, Juan S. Ipiña, Miguel Ángel Solano
Departamento de Ingeniería de Comunicaciones (DICOM)
Universidad de Cantabria
Email: solanom@unican.es

Abstract— In this communication a method for calculating the main electromagnetic properties of an isotropic dielectric media and their dependence on frequency is shown. The algorithm has been implemented into a computing tool named *Moddiel* which obtains the two main electromagnetic parameters of the dielectrics: the permittivity and the loss tangent. Additionally, *Moddiel* calculates the dependence of these parameters on frequency (dispersion). Several dielectric materials have been characterized using this method and, although the variation of their electromagnetic properties with frequency is negligible in the Ku band, it definitely needs to be taken into account when using strong dispersive dielectrics or higher frequency bands.

Keywords— Dielectric's modelling, dielectric's dispersion, permittivity, loss tangent, *Moddiel*

I. INTRODUCCIÓN

Los dieléctricos son materiales ampliamente utilizados en una gran variedad de aplicaciones. Sin embargo, resulta muy difícil conseguir información precisa sobre las propiedades concretas del material dieléctrico que tenemos entre manos, lo cual puede ser un problema a la hora de estudiar, analizar o diseñar estructuras que empleen este tipo de compuestos. Desde un punto de vista electromagnético, los dos parámetros dieléctricos más importantes son la permitividad y la tangente de pérdidas. Existe asimismo una variación de estos parámetros con la frecuencia (dispersión) [1] que ha de ser tomada en cuenta y que no suele estar documentada.

En este artículo se presenta *Moddiel*, que es una herramienta software que permite calcular la permitividad y tangente de pérdidas de los dieléctricos en la banda Ku a partir de la medida de sus parámetros de Scattering, así como su variación con la frecuencia.

II. MEDIDA DEL DIELECTRICO

El proceso de medida se articula a través de estos dos puntos:

- 1) El dieléctrico a caracterizar se introduce, convenientemente mecanizado, en una célula de medida de forma que la llene completamente. Las células de medida actualmente soportadas son guía de onda y medida en abierto.
- 2) Se miden los parámetros de Scattering del conjunto célula de medida - dieléctrico, típicamente mediante un analizador de redes.

En la figura 1 se muestran dieléctricos mecanizados para su introducción en guías de onda tipo WR75. Un puesto tipo en el que realizar estas medidas se muestra en la figura 2.

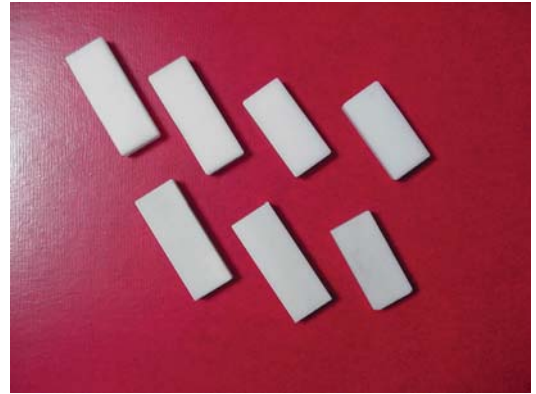


Figura 1: - Muestras mecanizadas de dieléctricos caracterizados.



Figura 2: - Puesto tipo para realizar la medida de los parámetros de Scattering del dieléctrico.

III. FORMULACIÓN ELECTROMAGNÉTICA APLICABLE

Para el caso de que la célula de medida empleada sea una guía de onda, desde un punto de vista electromagnético, el sistema puede descomponerse en tres regiones, tal y como se muestra en la figura 3. Las propiedades electromagnéticas (permeabilidad μ , permitividad ϵ y conductividad σ) presentes en cada región son las correspondientes al vacío (regiones 1 y 3) y las propias del dieléctrico a modelar (región 2). La señal transmitida por el analizador de redes se propaga a través de la región 1 hasta que se topa con la interfase donde está el dieléctrico a caracterizar. En

un caso general, en ese momento se excitan una serie de modos que se propagan en forma de ondas por la región 2 y otros que se reflejan y se transmiten nuevamente por la región 1. El mismo fenómeno se produce análogamente en la interfase entre las regiones 2 y 3.

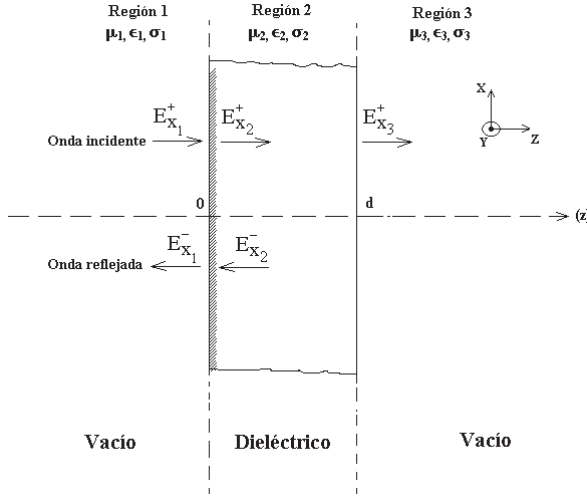


Figura 3: - Estudio electromagnético de las reflexiones y transmisiones de onda en un sistema de tres regiones

Sin embargo, en nuestro caso particular solamente el modo TE_{10} se excita en las interfases. Esto es debido a que el dieléctrico llena completamente la guía de onda, no se presentan discontinuidades en planos perpendiculares a la dirección de propagación y al comportamiento de la guía de onda utilizada ($WR75$), la cual es monomodo en el rango frecuencial utilizado (10 - 15 GHz).

Las expresiones del campo eléctrico y magnético para cada una de las regiones se pueden obtener aplicando las ecuaciones de Maxwell [2], [3].

Para la región 1 se tiene

$$\begin{aligned}\hat{E}_{x1}(z) &= \hat{E}_{x1}^+(z) + \hat{E}_{x1}^-(z) = \hat{E}_{TE101}^+ e^{-\gamma_1 z} + \hat{E}_{TE101}^- e^{\gamma_1 z} \text{ V/m} \\ \hat{H}_{y1}(z) &= \hat{H}_{y1}^+(z) + \hat{H}_{y1}^-(z) = \frac{\hat{E}_{TE101}^+}{Z_1} e^{-\gamma_1 z} - \frac{\hat{E}_{TE101}^-}{Z_1} e^{\gamma_1 z} \text{ A/m}\end{aligned}\quad (1)$$

Para la región 2 :

$$\begin{aligned}\hat{E}_{x2}(z) &= \hat{E}_{x2}^+(z) + \hat{E}_{x2}^-(z) = \hat{E}_{TE102}^+ e^{-\gamma_2 z} + \hat{E}_{TE102}^- e^{\gamma_2 z} \text{ V/m} \\ \hat{H}_{y2}(z) &= \hat{H}_{y2}^+(z) + \hat{H}_{y2}^-(z) = \frac{\hat{E}_{TE102}^+}{Z_2} e^{-\gamma_2 z} - \frac{\hat{E}_{TE102}^-}{Z_2} e^{\gamma_2 z} \text{ A/m}\end{aligned}\quad (2)$$

Por último, las expresiones de los campos eléctricos y magnéticos para la región 3 son las siguientes

$$\hat{E}_{x3}(z) = \hat{E}_{x3}^+(z) = \hat{E}_{TE103}^+ e^{-\gamma_3 z} \text{ V/m} \quad (3)$$

$$\hat{H}_{y3}(z) = \hat{H}_{y3}^+(z) = \frac{\hat{E}_{TE103}^+}{Z_3} e^{-\gamma_3 z} \text{ A/m} \quad (4)$$

donde γ es la constante de propagación del modo TE_{10} considerado y z su dirección de propagación. Z es la impedancia de onda del modo de propagación TE_{10} en cada región.

Las condiciones de contorno [2], [3] estipulan que el campo eléctrico a ambos lados de una interfase debe mantenerse constante. Para nuestro caso particular, estas condiciones se satisfacen igualando (1) con (3) y (2) con (4) en $z = 0$, e igualando (3) con (5) y (4) con (6) en $z = d$.

Se obtiene por tanto un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas ($\hat{E}_{x2}^+(z)$, $\hat{E}_{x2}^-(z)$, $\hat{E}_{x1}^-(z)$ y $\hat{E}_{x3}^+(z)$), ya que $\hat{E}_{x1}^+(z)$ es la excitación, que es conocida.

El sistema de ecuaciones resultante se puede representar en forma matricial :

$$\begin{bmatrix} \hat{E}_{x1}^- & -\hat{E}_{x2}^+ & -\hat{E}_{x2}^- & 0 \\ -\frac{\hat{E}_{x1}^-}{Z_1} & -\frac{\hat{E}_{x2}^+}{Z_2} & \frac{\hat{E}_{x2}^-}{Z_2} & 0 \\ 0 & \frac{\hat{E}_{x2}^+ e^{-\gamma_2 d}}{Z_2} & \frac{\hat{E}_{x2}^- e^{\gamma_2 d}}{Z_2} & -\frac{\hat{E}_{x3}^+ e^{-\gamma_3 d}}{Z_3} \\ 0 & \frac{\hat{E}_{x2}^+ e^{-\gamma_2 d}}{Z_2} & -\frac{\hat{E}_{x2}^- e^{\gamma_2 d}}{Z_2} & -\frac{\hat{E}_{x3}^+ e^{-\gamma_3 d}}{Z_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{E}_{x1}^+ \\ -\frac{\hat{E}_{x1}^+}{Z_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Una vez obtenidas las incógnitas \hat{E}_{x1}^- y \hat{E}_{x3}^+ empleando un método de resolución como el de Cramer, se obtienen de forma directa las expresiones para los parámetros de Scattering S_{11} y S_{21} .

En efecto,

$$S_{11} = \frac{\hat{E}_{x1}^-}{\hat{E}_{x1}^+} \quad (8)$$

$$S_{21} = \frac{\hat{E}_{x3}^-}{\hat{E}_{x1}^+} \cdot e^{-\gamma_3 d} \quad (9)$$

por lo que, resolviendo el sistema se obtiene:

$$S_{11TEORICO} = \frac{(Z_2 - Z_1)(Z_3 + Z_2)e^{2\gamma_2 d} + (Z_2 + Z_1)(Z_3 - Z_2)}{(Z_2 + Z_1)(Z_3 + Z_2)e^{2\gamma_2 d} + (Z_2 - Z_1)(Z_3 - Z_2)} \quad (10)$$

$$S_{21TEORICO} = \frac{4Z_2 Z_3 e^{\gamma_2 d}}{(Z_2 + Z_1)(Z_3 + Z_2)e^{2\gamma_2 d} + (Z_2 - Z_1)(Z_3 - Z_2)} \quad (11)$$

Estos parámetros de Scattering modelan la estructura dieléctrico - guía de onda que se tiene y presentan una clara dependencia, a través de la constante de propagación γ y de la impedancia de onda Z , con la permitividad ε del dieléctrico y su tangente de pérdidas $\tan\delta$, hecho sobre el que se basa el algoritmo de modelado.

IV. ALGORÍTMICA DEL MODELADO

La idea básica empleada en el algoritmo de modelado es la de minimizar el error existente entre los parámetros de Scattering medidos para una estructura dieléctrico - guía de onda dada y los parámetros de Scattering teóricos dados por las ecuaciones (10) y (11). Tal como se ha expuesto anteriormente, las expresiones de los parámetros de Scattering (10) y (11) dependen de los valores de permitividad

y tangente de pérdidas del dieléctrico, por lo que el error también dependerá de dichas propiedades dieléctricas :

funcion_error_modelado ($\epsilon_r, \tan \delta$) =

$$= \left[\sum_{i=1}^N \left[ABS \left(\hat{S}_{TEORICO_i} - \hat{S}_{MEDIDO_i} \right) \right] \right] \quad (12)$$

El aspecto típico de estas funciones de error es de *cuenco* que apunta hacia los valores de permitividad y tangente de pérdidas que mejor modelan el dieléctrico. En la figura 4 se muestra la función de error obtenida con el dieléctrico Estuco para el parámetro de Scattering S_{11} .

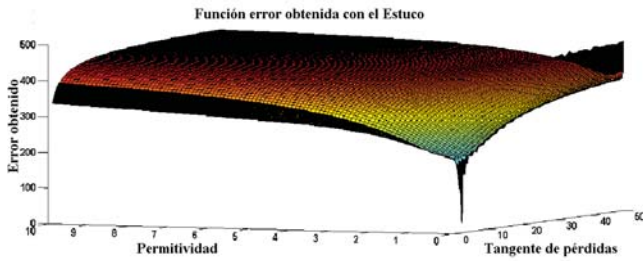


Figura 4 - Función error obtenida con el Estuco

La comparación entre los parámetros de Scattering se puede realizar para intervalos frecuenciales de longitud variable, estimándose por tanto valores de permitividad y tangente de pérdidas para cada intervalo frecuencial. A primera vista, parece que sería deseable emplear intervalos frecuenciales muy pequeños con el fin de obtener un gran número de valores de permitividad y tangente de pérdidas en el ancho de banda frecuencial dado. Sin embargo esto no es siempre posible ya que las características de la formulación empleada no admiten un tratamiento tan determinístico. De tal forma que, cuando se emplean intervalos frecuenciales de muy pequeña longitud, se obtienen grandes saltos de permitividad y tangente de pérdidas de un intervalo frecuencial a otro, lo cual claramente no se corresponde con la naturaleza electromagnética de los dieléctricos, en los cuales la variación de permitividad y tangente de pérdidas con la frecuencia es suave y gradual.

El criterio por tanto empleado para determinar el tamaño de intervalo frecuencial más pequeño admisible es aquel para el cual el cambio de los valores de permitividad y de tangente de pérdidas entre intervalos frecuenciales contiguos sea menor de un 10%.

En las figura 5 y 6 se muestran las curvas de dispersión para la permitividad y la tangente de pérdidas obtenidas para el Estuco en la banda de 10 - 15 GHz empleando el parámetro de Scattering S_{11} .

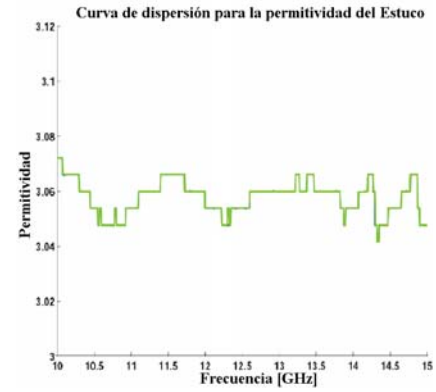


Figura 5 - Curva de dispersión de la permitividad para el Estuco medido en una guía de onda WR 75 de 50 mm. de longitud.

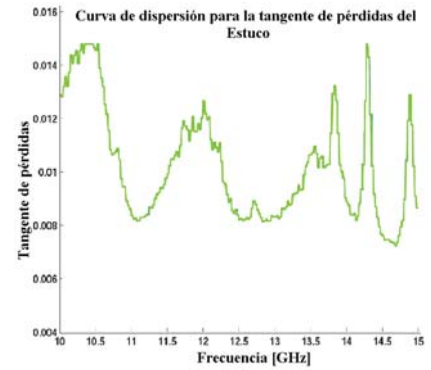


Figura 6 - Curva de dispersión de la tangente de pérdidas para el Estuco medido en una guía de onda WR 75 de 50 mm. de longitud.

Una forma adicional de verificar la exactitud del proceso de modelado es a través de las gráficas de reconstrucción de los parámetros de Scattering. Estas gráficas están expuestas en las figuras 7 y 8 y representan conjuntamente los parámetros de Scattering del dieléctrico medido y los parámetros de Scattering calculados por el algoritmo de modelado para el dieléctrico Estuco. A la vista de estas figuras se puede ver la gran precisión con la que el algoritmo consigue reconstruir las características medidas de los dieléctricos.

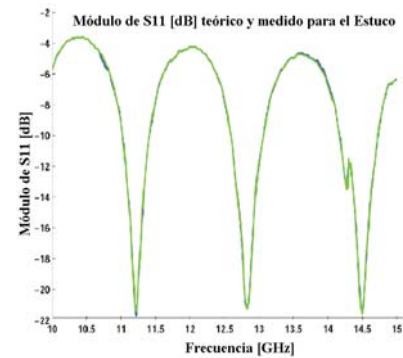


Figura 7 - Módulo S_{11} [dB] teórico y medido para el Estuco medido en una guía de onda WR 75 de 50 mm. de longitud.

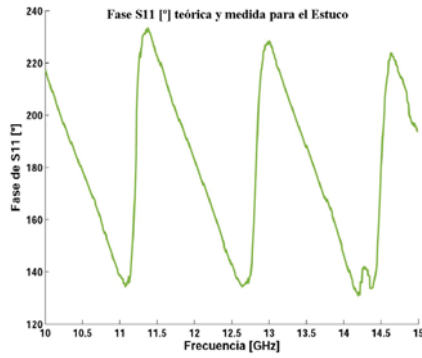


Figura 8 - Fase S_{11} [grados] teórica y medida para el Estuco medido en una guía de onda WR 75 de 50 mm. de longitud.

V. RESULTADOS

A continuación se presentan los resultados obtenidos para distintos materiales dieléctricos empleados en construcción medidos en guías de onda WR 75 de 50 mm. de longitud en la banda de 10 - 15 GHz. En la tabla 1 se muestran los valores medios obtenidos para la permitividad empleando los parámetros de Scattering S_{11} y S_{21} , así como las longitudes de los intervalos frecuenciales usadas. En la tabla 2 se muestran los valores medios obtenidos para la tangente de pérdidas.

Material	Permitividad S_{11}	Permitividad S_{21}	Paso [MHz]
Plástico	2.294	2.306	25
Aglomerado	2.086	2.09	25
Escayola	2.761	2.791	25
Estuco	3.038	3.034	25
Yeso	2.966	2.97	25
Arnite	3.03	3.02	25
Durogles	2.329	2.32	25
Teflón	2.06	2.055	25
Derlín	2.966	2.969	25

Tabla 1 - Resultados obtenidos para la permitividad en materiales de construcción en la banda 10 - 15 GHz.

Material	Tangente pérdidas S_{11}	Tangente pérdidas S_{21}	Paso [MHz]
Plástico	$3.152 \cdot 10^{-4}$	$2.5 \cdot 10^{-4}$	25
Aglomerado	$5.931 \cdot 10^{-4}$	$5.98 \cdot 10^{-4}$	25
Escayola	$4.51 \cdot 10^{-3}$	$6.31 \cdot 10^{-3}$	25
Estuco	$8.479 \cdot 10^{-3}$	$1.005 \cdot 10^{-3}$	25
Yeso	$5.85 \cdot 10^{-3}$	$6.96 \cdot 10^{-3}$	25
Arnite	$7.63 \cdot 10^{-3}$	$7.4 \cdot 10^{-3}$	25
Durogles	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	25
Teflón	$3.5 \cdot 10^{-3}$	$4.9 \cdot 10^{-3}$	25
Derlín	$1.2 \cdot 10^{-2}$	$1.68 \cdot 10^{-2}$	25

Tabla 2 - Resultados obtenidos para la tangente de pérdidas en materiales de construcción en la banda 10 - 15 GHz.

En las Tablas 3 y 4 se muestran resultados obtenidos para distintos materiales derivados plásticos proporcionados por Resopal S.A.

Material	Permitividad S_{11}	Permitividad S_{21}	Paso [MHz]
Polystone M	2.431	2.424	25
Polystone G	2.336	2.339	25
Polipropileno	2.263	2.254	25
Metacrilato	2.504	2.499	25
PVC espumado	1.518	1.514	25
Polietileno A.D.	2.349	2.345	25
Cartón pluma	1.041	1.035	25
Espuma aislante	1.031	1.037	25

Tabla 3 - Resultados obtenidos para la permitividad en materiales derivados plásticos en la banda 10 - 15 GHz.

Material	Tangente pérdidas S_{11}	Tangente pérdidas S_{21}	Paso [MHz]
Polystone M	$2.19 \cdot 10^{-2}$	$2.59 \cdot 10^{-2}$	25
Polystone G	$1 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	25
Polipropileno	$2.3 \cdot 10^{-3}$	$2.3 \cdot 10^{-3}$	25
Metacrilato	$6.6 \cdot 10^{-3}$	$6.6 \cdot 10^{-3}$	25
PVC espumado	$3.5 \cdot 10^{-3}$	$4.3 \cdot 10^{-3}$	25
Polietileno A.D.	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$	25
Cartón pluma	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	25
Espuma aislante	$4.9 \cdot 10^{-3}$	$2.4 \cdot 10^{-3}$	25

Tabla 4 - Resultados obtenidos para la tangente de pérdidas en materiales derivados plásticos en la banda 10 - 15 GHz.

VI. SOFTWARE

Moddiel [4] es un completo paquete software que integra el algoritmo de modelado en una cómoda interfaz gráfica de usuario e incluye además módulos de visualización para representar gráficamente los resultados del algoritmo y soporte web completo que permite acceder a Moddiel remotamente a través de Internet.

VII. CONCLUSIONES

En esta comunicación se ha presentado una sencilla y práctica técnica para analizar la dispersión y calcular las principales propiedades electromagnéticas de los materiales dieléctricos. Para los dieléctricos y el ancho de banda empleado, se ha observado que la dispersión resultante es muy pequeña por lo que es perfectamente admisible el considerar la permitividad y tangente de pérdidas dieléctricas como constantes a lo largo del ancho de banda frecuencial considerado en este informe. Adicionalmente y a la vista de los resultados expuestos, se demuestra que la diferencia entre emplear el parámetro de Scattering S_{11} y el S_{21} es insignificante, por lo que se puede usar uno u otro indistintamente.

VIII. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por la Dirección General de Investigación, MCyT, a través del proyecto TIC2003-09677-C03-01.

REFERENCES

- [1] JoséMiguel Miranda, José Luis Sebastián, Manuel Sierra, José Margineda, "Ingeniería de Microondas : Técnicas experimentales", Ed. Prentice Hall 2002.
- [2] Constantine Balanis, "Advanced Engineering Electromagnetics", Ed. John Wiley & Sons 1989.
- [3] Carl T. A. Johnk, "Teoría electromagnética : Principios y aplicaciones", Ed. Limusa - Grupo Noriega Editores 1992.
- [4] Michael Etzel, Karen Dickinson, "Digital Visual Fortran Programmer's Guide", Ed. Digital Press 1999.